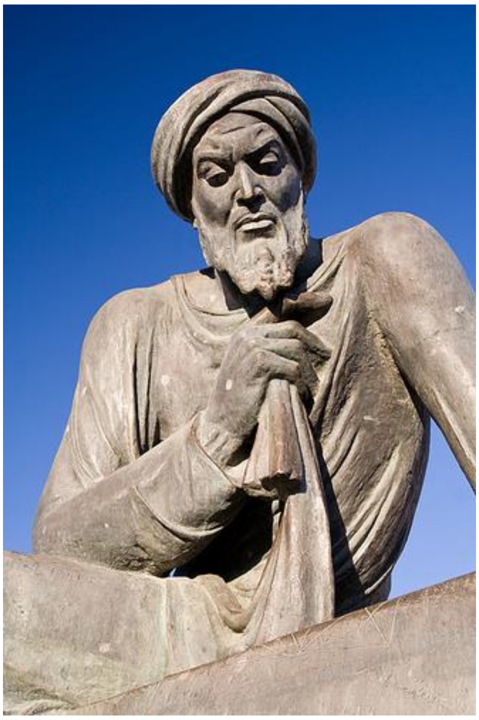
Ronald Ruzicka

Über Algebra und warum al-Ḫwārizmī daran Schuld hat

Bachelorarbeit für das
Philologische Seminar aus Arabistik gehalten von Univ.-Prof. Dr. Stephan Procházka
im Wintersemester 2012/13



0. Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort

Wenn ein junger Mathematikstudent vor, sagen wir, langer Zeit seine Vorlesungen an der TU Wien besuchte, erfuhr er meist wenig über das Leben der Mathematiker in der Geschichte. Namen wurden im Teil von Bezeichnungen von mathematischen Sätzen (Satz von Vieta) oder Teilgebieten (Boolesche Logik) oder bestimmten Objekten der Mathematik (Hilbert-Raum) genannt, einige Anekdoten zum Besten gegeben – die auch besser unterhielten als Lebensdetails der Betreffenden. Nie jedoch war Zeit für eine vollständige Biografie.

In Diskussionen der Studenten untereinander und durch das Lesen von Sekundärliteratur parallel zum Studium – man war ja doch wissbegierig – erfuhr man dann einiges über die Lebensgeschichten: die Franzosen, Italiener, Deutschen und ein wenig auch über berühmte österreichische Mathematiker, wie Ludwig Wittgenstein oder Kurt Gödel. Exotischer war schon die Beschäftigung mit indischen Mathematikern, die arabischen kamen immer zu kurz. Man kannte zwar "al-Ḫwārizmī, den Begründer der Algebra", aber eher nur so, wie man Peter, den Großen, oder Pippin, den Kurzen, kennt.

Nun studiert dieser junge Mathematikstudent von damals Orientalistik, versteht, warum man al-Ḫwārizmī[1] so schreibt und nicht anders, kauft sich die Übersetzung *The Algebra Of Mohammed Ben Musa* von Frederic Rosen und kann auf einmal den Originaltext von al-Ḫwārizmī lesen und auch verstehen – ein Quantensprung in der Beziehung zu alten Mathematikern!

Er erhält das druckfrische Buch *Im Haus der Weisheit* von Jim Al-Khalil, das ihm in spannenden Kapiteln die gesamte Zeit und Umgebung von al-Ḫwārizmī offen legt, und versteht, was dieser geleistet hat; sicher auch dadurch, dass er zur richtigen Zeit am richtigen Ort war. Er findet plötzlich durch weitere Recherchen einen umfangreichen Artikel des österreichischen Computerpioniers Heinz Zemanek über Algebra und al-Ḫwārizmī, der noch viele weitere interessante Details und Einblicke liefert.

Und so ist diese Bachelorarbeit auf Basis noch vieler weiterer Quellen entstanden.

Dank sei hier an Prof. Procházka übermittelt, der das ursprünglich wenig mit Philologie verbundene Thema ermöglicht hat, und für seine Hinweise zum Bait al-Ḥikma.

[1] Bild auf der Titelseite: Denkmal von al-Ḫwārizmī in Chiwa, Usbekistan.

1.1 Formale Anmerkungen:

+ Namen und Original-Buchtitel werden immer in wissenschaftlicher Transkription (DMG) geschrieben; ausgenommen sind hier
    - wörtliche Zitate
    - Buchtitel von Sekundärliteratur

  bei denen Buchstaben-getreu die Schreibweise des Autors verwendet wird.
+ Allgemein bekannte Namen von Orten, Ländern und Dynastien werden in der üblichen deutschen Schreibweise gesetzt.
+ Bei inhaltlichen Zitaten weist immer eine Fußnote auf die Quelle hin.
+ Wörtliche Zitate werden kursiv gesetzt und ebenfalls mit einer Fußnote und Quellenangabe versehen.
+ Englisch-sprachige Zitate werden nur dann, wenn es wirklich notwendig erscheint, übersetzt, da
    - diese Originale meist prägnanter als eine deutsche Übersetzung sind,
    - und ich dem geschätzten Leser attestiere, über ausreichende Englisch-Kenntnisse zu verfügen.

2. Einleitung

Über *Algebra* haben wir bereits in der Schule gelernt. Über *Algorithmen* hört man nicht mehr nur im Mathematikstudium. Vielmehr ist dieser Begriff als Basiselement jeglicher Programmierung in der Informatik in Verwendung und dadurch in unserer Computer-affinen Zeit auch über die Grenzen der Informationstechnik hinaus verbreitet.

Abū Ǧacfar bin Mūsa l-Ḫwārizmī heißt nun jener Gelehrte, dem wir diese beiden Begriffe zu verdanken haben – vermutlich zu verdanken haben. Aber darüber wird noch weiter unten zu befinden sein. Zuallererst wollen wir uns ein Bild von jenem Mann machen, dessen Bücher zu den ersten Mathematikbüchern gehören, die aus dem Arabischen in Latein übersetzt wurden und so halfen, Europa aus dem dunklen Mittelalter zu holen.

Über das Leben al-Ḫwārizmīs ist leider nicht viel bekannt. Genannt wird nur seine Herkunft aus *Ḫwārizm* „Chorasan" im früheren Persien südlich des Aral-Sees, siehe auch seinen Namen, und seine Hauptwirkungsstätte Bagdad. Indirekt – aus Sekundärquellen - lässt sich einiges über seinen Lebenslauf vermuten. Jedenfalls war al-Ḫwārizmī von der Herkunft her Perser und schrieb in arabischer Sprache.

Viel wichtiger ist aber ohnehin seine berufliche Wirkungsstätte: das Bait al-Ḥikma in Bagdad unter dem Kalifen al-Maʾmūn. Denn dieses prägte seine Ausbildung, ermöglichte den Kontakt zu früheren Werken der Griechen und Inder und schuf die Basis für seine wissenschaftliche Entfaltung. Die gesellschaftliche und wissenschaftliche Aufbruchsstimmung im Kalifenreich, basierend auf dem Interesse der Oberschicht an der persischen Kultur, aber auch der griechischen, begründeten die intensive Übersetzungstätigkeit am Hof in Bagdad und darüber hinaus (im Übrigen manifestieren sich die persischen Einflüsse auch in der Übernahme von Verwaltungsstrukturen der Sassaniden im Abbasidenkalifat und dem Einfluss persischer Familien im Bagdad dieser Zeit).

Deshalb soll hier das Bait al-Ḥikma in seiner Entstehung und seiner Wirkung auf das gesamte wissenschaftliche Umfeld, auch unter Hinzuziehung skeptischer Stimmen beleuchtet werden.

Wie die Untersuchung zeigen wird, handelte es sich beim Bait al-Ḥikma offenbar nicht nur um eine Bibliothek, sondern man könnte ihr strukturell die Form einer organisierten Forschungseinrichtung zubilligen.

Auf diesem fruchtbaren Nährboden konnte sich al-Ḫwārizmī entfalten und schuf sich durch seine Bücher und seine Mitwirkung am Bau der berühmten Sternwarte in Bagdad schon zu Lebzeiten eine hoch geachtete Stellung.

Einige seiner Bücher sind noch im arabischen Original erhalten, andere nur mehr in anderssprachigen (insbesondere lateinischen) Abschriften: er schuf geografische Werke, führte das Dezimalsystem im Rahmen eines Arithmetikbuches in der islamischen Welt ein und veröffentlichte astronomische Tabellen, die in indirekter Konsequenz die Astrologie und damit so sehr den Zeitgeist dieser Epoche – man beachte den Einfluss des persischen Zoroastrismus - unterstützten.

Im Detail sei hier aber auf sein Buch *Kitāb al-muḫtasar fī hisāb al-ğabr wa-l-muqābala* eingegangen. Womit schon einmal der Herkunft des Begriffs *Algebra* geklärt wäre. Steckt in diesem Buch aber wirklich die Erfindung der Algebra als mathematischer Teilwissenschaft? Hat al-Ḫwārizmī einfach nur von Vorgängern abgeschrieben? Was ist das Originäre an diesem Werk?

Kurz gesagt: nicht al-Ḫwārizmī hat die Algebra erfunden, schon einige vor ihm haben sich damit beschäftigt. Seine Leistung war die des Strukturierens der Methoden, wodurch die Algebra auch „lehrbar“ wurde. Er hat quasi, wie wir es heute nennen würden, die Algorithmen für algebraisches Rechnen geschaffen.

Leicht erklärt ist dann auch der Begriff des *Algorithmus*, der einfach nur die Latinisierung des Nisba-Teils seines Namens ist.

Die dritte und vierte Seite dieses Buches, auf denen al-Ḫwārizmī mit seinen wissenschaftlichen Erklärungen beginnt, sei dann hier als Beispiel für den Stil des Werkes herangezogen und übersetzt: bewusst sei hier der teils freien Übersetzung von Frederic Rosen meine eigene, textnahe gegenüber gestellt.

3. Algebra und Algorithmus

3.1 … im heutigen Leben

Zwei Begriffe werden uns also auf unserem Weg durch die Lebenszeit al-Ḫwārizmīs, seine Bücher und die Gedankenwelt des Bait al-Hikma in Bagdad begleiten.

Zum einen die ***Algebra****:*

Laut Wikipedia[2] *eines der grundlegenden Teilgebiete der Mathematik, das sich mit den Eigenschaften von Rechenoperationen befasst. Im Volksmund wird Algebra häufig als das Rechnen mit Unbekannten in Gleichungen bezeichnet*.

Dies belegt, dass dieser Begriff Allgemeingut ist: jeder lernt in der Schule *Algebra*. Auch wenn sie je nach ideologischer Ausrichtung der Unterrichtsanstalt bisweilen nicht so genannt wird, sondern der simple Begriffe *Rechnen* undifferenziert zur Anwendung kommt.

Ein einfaches österliches Beispiel zu Erläuterung, was Algebra nun bedeutet, wäre die Lösung der Aufgabe: *Du und ich haben jeweils einen Korb voller Eier, aber wir wissen nicht, wie viele Eier in jedem der Körbe sind. Man hat uns gesagt, ich müsse dir nur eines meiner Eier geben, dann haben wir beide gleich viele. Wenn du mir dagegen eines deiner Eier gibst, habe ich doppelt so viele wie du. Wie viele Eier hatten wir ursprünglich?*[3]

Am anderen Ende der Ausbildungsleiter finden wir ein Skriptum der Technischen Universität Wien über Vorlesungen zur Algebra[4], auf deren ersten Seiten Kronecker zitiert wird: *die ganzen Zahlen habe der liebe Gott gemacht, alles andere sei Menschenwerk*. Hier beginnt Algebra bereits mit der Begrifflichkeit der natürlichen Zahlen, und dieses *Menschenwerk* besteht zuesrt aus allen Definitionen, die damit zusammenhängen, und dann in der Folge mit deren Hilfe abgeleiteten Beweisen und endlich auch Rechenvorschriften.

2 Wikipedia 2013: http://de.wikipedia.org/wiki/Algebra.
3 Khalili 2013: S. 187.
4 Goldstern 2013: S. 3.

Zum zweiten der ***Algorithmus***:

Ein Begriff, der nicht unbedingt die Alltagssprache prägt, aber doch im Computerzeitalter große Bedeutung hat. Hinter jedem Computerprogramm, egal ob in einem einfachen Mobiltelefon, in einer Spielkonsole oder dem hochkomplexen Rechner eines Forschungslabors steckt ein Algorithmus, vielmehr: meist hunderte Algorithmen. „*Ein Algorithmus ist eine aus endlich vielen Schritten bestehende, eindeutige und ausführbare Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems oder einer Klasse von Problemen*“[5].

Auch die Spezialisten der Technischen Universität Wien haben sich natürlich dazu Gedanken gemacht, im Einzelnen, wenn sie die nötige Präzision von Definitionen rund um Zahlen einfordern. *Der Begriff des Algorithmus und erst recht seine systematische Analyse kommt ohne eine sorgfältige Behandlung all dieser Aspekte* (Anmerkung des Autors: der Definitionen) *nicht aus. Das ist zwar nicht Hauptthema der Algebra. Wir wollen aber an geeigneten Stellen immer wieder auf damit verbundene Aspekte und auch Schwierigkeiten hinweisen*.[6]

Jedenfalls sind also Algebra und Algorithmus zwei Begriffe, die zwar nicht unbedingt deckungsgleiche Bereiche des täglichen Lebens einerseits und der Wissenschaft andererseits betreffen, sehr wohl aber sehr eng miteinander verwoben sind.

3.2 ... etymologisch

Betrachtet man die beiden Worte aus etymologischer Sicht, so gelangen wir zum Hauptproponenten unserer Überlegungen zurück: al-Ḫwārizmī.

Algebra

Kitāb al-muḫtasar fī hisāb al-ğabr wa-l-muqābala ist der Titel eines der berühmtesten Bücher von al-Ḫwārizmī. Khalil übersetzt den Titel mit: *Das Werk über das Rechnen durch*

[5] Wikipedia 2013: http://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus.
[6] Goldstern 2013: S. 9.

Wiederherstellung und Ausgleich[7]; Rosen etwas freier durch*: Compendium on calculation by completion and reduction*[8].

Laut Gandz könnte das Wort *al-ğabr* vom assyrischen *gabrū* stammen, durchaus in derselben Bedeutung wie oben verwendet. Auch die Assyrer kannten bereits sechs der algebraischen Modellgleichungen, die al-Ḫwārizmī später in Betracht zieht. Doch gibt es keine Belege, wie sich dieses Wort mit Hilfe einer Übermittlersprache ins Arabische hätte „retten" können, etwa im Griechischen – und dass es sich durch das Aramäische alleine erhalten hat, ist nicht anzunehmen.[9]

Viel wahrscheinlicher ist, dass *al-ğabr* ein Begriff aus der Medizin ist, wo es so viel wie das Wiedereinrenken eines Körpergliedes oder zerbrochener Knochen bedeutet. Dies würde auch sehr gut zum aktuellen Wörterbuch der Real Academia Española passen, in dem *algebrista* einen Spezialisten für Wunden und gebrochene Körperglieder bezeichnet[10].

Zurück zu Rosen: er gibt hier wieder, worum es beim algebraischen Rechnen geht: vervollständigen und reduzieren. Wortwörtlich bedeutet *Algebra* aber eben *Wiederherstellung*.

Algorithmus

Die etymologische Herleitung des Wortes Algorithmus ist hingegen wesentlich einfacher. Hierbei handelt es sich um die Lateinisierung des Herkunftsbezeichnung von Abū Ğacfar bin Mūsa l-Ḫwārizmī, um den Nisba-Teil seines Namens. Also „der aus Chorazan stammt".

Wann genau diese Lateinisierung erstmalig stattfand, ist ungeklärt. Doch wurden die Bücher von al-Ḫwārizmī schon relativ bald in Latein übertragen und beeinflussten die mittelalterliche Welt in Europa. Oft handelte es sich aber nur um Teilübersetzungen.

Zwei der frühesten Übersetzungen, in denen sich das Wort *Algorithmus* abzeichnet, sind:

---

[7] Khalil 2013: S. 185.
[8] Rosen 1831: S. 5.
[9] EI-II 1978: S. 1070.
[10] ibid.

- *Liber alghoarismi de practica arismetrice* von John of Seville (auch Johannes Hispalensis genannt) aus der Übersetzerschule von Toledo um 1150[11]
- *Liber Algorismi de Numero Indorum* – vermutlich das erste in Latein übersetzte Buch über das Dezimalsystem; dieses beginnt mit dem Worten *Dixit Algorismi* - al-Ḫwārizmī sagte[12]

Nun haben wir also bereits kurz erfahren, woher al-Ḫwārizmī stammt. Wir wollen ihn aber im Folgenden näher kennenlernen – soweit dies möglich ist.

4. al-Ḫwārizmīs Lebenslauf

Bei der Erforschung des Lebenslaufs von al-Ḫwārizmī beginnt man am besten bei seinem Namen:

Abū Ǧaᶜfar Muḥammad bin Mūsa l-Ḫwārizmī al-Quṭrubbulī al-Maǧūsī

wäre der vollständige Namen, wenn man einige Quellen zusammenfügt: Fihrist von Ibn Nadīm[13], Encyclopedia Of Islam[14], Biographical Dictionary of Mathematicians[15].

Abū Ǧaᶜfar	er hatte einen Sohn mit dem Namen Ǧaᶜfar
Muḥammad	sein eigentlicher Name: ein Hinweis auf seinen muslimischen Glauben
bin Mūsa	sein Vater hieß übersetzt Moses – ein muslimischer Name, der aber auch darauf schließen lässt, dass die Familie Bezüge zu bzw. Kenntnisse über das jüdische Leben besaß: dies äußert sich (siehe unten) dann auch in al-Ḫwārizmīs Werk über den jüdischen Kalender
al-Ḫwārizmī	der aus Chorazan stammende; Chorazan ist eine Region im früheren Persien südlich des Aral-Sees. *Zan* (*zem*) bedeutet im iranischen und slawischen Kontext „Land“. Zu *Chor* gibt es mehrere Deutungen, die am weitesten akzeptierte ist aber „nieder“. Also: *der Niederländer* ![16]

[11] EI-II 1978: S. 1070.
[12] Khalil 2013: S. 173.
[13] Dodge 1970: S. 652.
[14] EI-II 1978: S. 1070.
[15] DicMath 1991: S. 1246.
[16] Knuth 1981: S. 31f – Artikel von Heinz Zemanek.

al-Quṭrubbulī	diese Bezeichnung verwendet nur aṭ-Ṭabbarī. Quṭrubbulī ist ein Bezirk zwischen Euphrat und Tigris in der Nähe Bagdads. Also kam er selbst möglicherweise aus dem Zweistromland und nur seine Vorfahren aus Persien. Dies wird dadurch bestätigt, dass eine andere Quelle nur seinen *aṣl* – Ursprung – in Chorazan nennt.[17]
al-Mağūsī	der Zauberer - diesen Ehrentitel erhält er auch von aṭ-Ṭabbarī; dies ließe eine gewisse Affinität zum Zoroastrismus erkennen.

Zur Herkunft al-Ḫwārizmīs gibt es noch eine andere, interessante These: Ayyubi[18] leitet aus dem Namen den Ort Khwârizm ab, das moderne Chiwa, welches zum Gebiet Turkestan gehört. Al-Ḫwārizmī sei also eindeutig Turk-stämmig, wenn auch mit arabischer Sprache. Diese These ist aber offenbar sehr singulär (kein anderer Beleg konnte dafür gefunden werden). Bleiben wir daher bei Chorasan, wie oben erwähnt.

Wir wissen also nicht genau, wo er geboren wurde – und leider auch nicht genau, wann. Seine berühmten astronomischen Tabellen (dazu später mehr) schrieb er als erste Werke, in zwei Auflagen. Laut einigen arabischen Lehrern vor 820, einer meinte sogar noch vor Beginn der Regentschaft von al-Maʾmūn[19]. Nimmt man ein Mindestalter bei der Erstellung der Tabellen an, so muss er um ca. 780 geboren sein.

Die längste Zeit seines Arbeitslebens verbrachte er dann in Bagdad als Wissenschaftler im Bait al-Ḥikma, lange im Dienst al-Maʾmūns.

Kalif Al-Wāṯiq sendete ihn im ersten Jahr seiner Regentschaft 842 auf eine Mission zum Anführer der Chazars, die im nördlichen Kaukasus lebten (diese Geschichte wird verbreitet erzählt, es könnte sich aber auch eine Verwechslung mit dem fast gleichnamigen Astronomen *Muḥammad bin Mūsa* handeln).

Nur einer kleinen Anekdote, erzählt von aṭ-Ṭabbarī, ist es zu verdanken, dass wir wissen, dass al-Ḫwārizmī um 847 noch am Leben war: Als Kalif Al-Wāṯiq sehr krank geworden war, ließ er seine Wissenschaftler rufen, um ihm ein Horoskop zu erstellen. Sie antworteten ihm,

[17] DicMath 1991: S. 1246.
[18] Aknara 1985: S. 214.
[19] Knuth 1981: S. 24.

dass er noch 50 Jahre leben würde – 10 Tage später starb er. In der Liste der Wissenschaftler, die in dieser Geschichte genannt werden, scheint auch al-Ḫwārizmī auf.[20]

Allgemein geht man davon aus, dass er um 850 gestorben ist.

Seinen Aufstieg und seine Berühmtheit erlangte er jedenfalls im Bait al-Ḥikma – ein Grund, sich damit näher zu befassen.

5. Bait al-Ḥikma

5.1 Die Vorgeschichte

Bait al-Ḥikma – Haus der Weisheit: um diesem und seiner Bedeutung näher zu kommen, sollte man sich die geschichtliche Entwicklung im vorderen Orient, beginnend mit der Mitte des 8. Jahrhunderts, in Erinnerung rufen.

Das Umayyadenreich hatte seine größte Ausdehnung, weit in Frankreich hinein, erreicht und stieß in der Schlacht von Tours und Poitiers 732 und der Niederlage gegen Karl Martell an seine Grenzen.

Umgekehrt waren im damaligen Reich das erste Mal seit Alexander dem Großen (also seit über 1000 Jahren) wieder mit dem vorderen Orient, Ägypten, Persien bis nach Indien hin große Gebiete vereint. Dies führte zu Wohlstand. Allerdings begannen Zentrifugalkräfte zu wirken, die sich in immer häufigeren Aufständen manifestierten.

Der aus heutiger Sicht bedeutendste Aufstand war jener in Chorasan im östlichen Persien.

Dort wurde eine Mischung aus arabischer und persischer Kultur zum Katalysator für das Wachstum einer starken religiösen und politischen Bewegung, deren Mitglieder ihre Abstammung auf al-Abbas, einen Onkel des Propheten zurückführten und Anspruch auf die Macht erhoben, wie Khalili treffend formuliert[21].

---

[20] Knuth 1981: S. 24.
[21] Khalili 2013: S. 69.

750 besiegten die Streitkräfte dieser Bewegung die Umayyaden. Abu l-Abbas wurde zum neuen Kalifen. Die Abbasidendynastie war begründet[22]. Vorerst hatte sie ihr Zentrum in Kufa.

Die Abbasiden waren danach einige Jahrzehnte mit der Festigung ihrer Macht beschäftigt. Bereits 754 übernahm al-Mansūr das Kalifat nach dem Tod seines Bruders Abu l-Abbas. Al-Mansūr gründete 762 die neue Reichshauptstadt Bagdad. Die Grundidee entsprang den Plänen einer römischen Garnisonsstadt, höchste Priorität hatte aber die Sicherheit des Kalifen, der deshalb entsprechend starke Befestigungen bauen ließ.

Die so entstandene *runde Stadt* war eigentlich ein riesiger Palastkomplex, der die Residenz des Kalifen und Regierungsgebäude enthielt. Das gemeine Volk wohnte außerhalb der Stadtmauern. Diese Abkapselung sollte sich nicht einmal zwei Jahrhunderte später, wie wir wissen, als Nachteil für das Kalifat herausstellen: der Kalif war dann nur mehr ein Gefangener in der eigenen Stadt – die Macht hatten andere.

Zurück zum Beginn des 9. Jahrhunderts: in Bagdad lebten mittlerweile eine Million Einwohner[23] und die Stadt war das Zentrum der islamischen Welt.

Aufgrund der guten Sicherheitslage in Bagdad und nicht zuletzt der einströmenden Reichtümer wurde die Stadt *Madinat as-Salām* – Stadt des Friedens genannt. Aus allen Ecken und Enden des Reiches zog es neue Bewohner, Besucher und Händler nach Bagdad, sodass die Stadt bald einen multikulturellen Mix aus Muslimen, Christen, Juden, Zoroastriern und Heiden, vor allem arabischer und persischer Kultur beheimatete.

Bagdad wurde automatisch auch zu einem Zentrum der Gelehrten, die hier Arbeit fanden. Zuerst waren hier insbesondere die Koran-Wissenschaften (Interpretation, aber auch Grammatik, Syntax, Kalligraphie) von Bedeutung.

Großen Einfluss hatte aber auch die persische Kultur, nicht zuletzt, weil persische Kräfte den Abbasiden bei deren Machteroberung geholfen hatten. Dies manifestierte sich in einem neu erwachenden Interesse an Gelehrten und Wissenschaften allgemein im islamischen Reich.

---

[22] Bekanntlich wurde diese Herrschaft mit Blut begründet: Abu al-Abbas lud die Mitglieder der besiegten Umayyaden-Familie zu einem Friedensmahl ein, bei dem er sie aber alle ermorden ließ (bis auf einen Prinzen, der entkommen konnte und dann in der Folge in Spanien eine neue Umayyaden Dynastie ins Leben rief).

[23] Khalili 2013: S. 75.

5.2 Übersetzungen

Die oben erwähnte enge Bindung des Kalifen an die persische Kultur, symbolisiert auch durch die Verschiebung des früheren Machtzentrums vom Damaskus der Umayyaden zum östlicheren Bagdad der Abbasiden hatte zur Folge, dass ein großes Interesse an persischen Texten vorhanden war und diese ins Arabische übersetzt werden mussten!

Unter diesen Texten waren originär persische, aber auch ursprünglich aus dem Griechischen stammende Werke über Astronomie, Mathematik und Medizin, die man bereits zur Zeit der Sassaniden ins Persische übersetzt hatte. Aber auch indische, wissenschaftliche Literatur über Astronomie und Mathematik gelangte so erstmalig in den arabischsprachigen Raum.

Der nächste Grund für Übersetzungen war das Interesse al-Mansūrs an der Astrologie, die auch ein wichtiger Bestandteil der zoroastrischen Religion war.

Als weitere wichtige Basis für die Übersetzungsbewegung ist natürlich das Vorhandensein von Schreibmaterial, konkret von Papier zu nennen. Und hier kam den Abbasiden die weite Ausdehnung nach Osten zu Hilfe: die erste Papiermühle des Abbasidenreiches wurde in Samarkand an der Seidenstraße errichtet. Wie Khalil schreibt, hatte die muslimische Armee bereits im Jahr 751 in Kirgistan einen Sieg gegen die Chinesen erzielt. Chinesische Kriegsgefangene waren nach Samarkand gebracht worden und hatten dort, da sie die Papierherstellung beherrschten, die die Chinesen schon im 2. Jahrhundert entdeckt hatten, ihre Kenntnisse preisgegeben[24].

Auch erlebte die Buchbindetechnik einen Aufschwung durch die Entwicklung von Farben, Tinte, Klebstoff, Leder und neuer Techniken an sich.

Unter Hārūn ar-Raschīd, der von 786 – 809 Kalif war, erfuhr die Übersetzungstätigkeit eine neue Qualität, indem nicht nur viel intensiver, sondern vermehrt auch direkt – anfangs mithilfe insbesondere christlicher und jüdischer Gelehrter – aus griechischen, indischen und syrischen Quellen übersetzt wurde. Islamische Gelehrte begannen, auch philosophische Werke der alten Griechen zu studieren, um im religiösen Diskurs argumentativ mit jüdischen und christlichen mithalten zu können.

[24] Khalil 2013: S.90-91.

Hārūn ar-Raschīd förderte die wissenschaftliche Forschung. Politisch – und kulturell ! - gab es auch unter ihm die Achse Araber-Perser in Gestalt der Wesire aus der persischen Familie der Barmakiden, die nicht nur seine Herrschaft stützten, sondern schon als seine Erzieher Einfluss auf seine Sozialisation nahmen.

Der politische Fehler, den ar-Raschīd beging, die Herrschaft nach seinem Tod an seine beiden Söhne aufzuteilen, führte in einen blutigen Bürgerkrieg: *Abū ʿAbd Allāh Muḥammad al-Amīn* wurde Kalif und für den arabischen Raum zuständig, sein Bruder *Abū l-ʿAbbās ʿAbd Allāh al-Maʾmūn bin Hārūn ar-Rašīd* sollte später seines Bruders Nachfolger werden und einstweilen Chorasan regieren. Sein Machtzentrum war Merw im heutigen Turkmenistan. Doch schon bald gab es Streit unter den Brüdern. Al-Amīn verlor nach einem erfolglosen Einmarschversuch im Iran die Herrschaft. Nach dem Eindrignen von al-Maʾmūns General in Bagdad, versuchten unterschiedliche, auch schiitische Gruppen an die Kalifatsmacht zu gelangen. Erst 819 zog al-Maʾmūn selbst in Bagdad ein und übernahm dort die Herrschaft.[25]

5.3 Bibliothek oder Wissenschaftszentrum?

Al-Maʾmūn stellte sich alsbald als ebensolcher Förderer der Wissenschaft heraus, wie es sein Vater gewesen war. Doch ging er einen Schritt weiter:

Erst während al-Maʾmūns Regierungszeit jedoch kam es plötzlich zu einer gewaltigen Verschiebung der Schwergewichte von der rein praxisorientierten Beschäftigung gelehrter Männer zu einer Kultur, die das freie, kreative Denken in einem breiten Spektrum verschiedener Fachgebiete begünstigte.[26]

Al-Maʾmūn rief aus allen Ecken des Reiches Gelehrte zu sich, um sich ihre Gedanken und Weisheiten vortragen zu lassen. Doch er war noch viel mehr vom Gedanken besessen, alle Bücher der Welt zu besitzen. Also sandte er Gelehrte aus, um neue Bücher zu entdecken – und diese Bücher wurden dann auch in das Arabische übertragen. Mit der Zeit entstand hierdurch eine riesige Bibliothek.

Ideologisch gesehen unterstützte er die Schule der Muʿtazila, die eine rationalistische Strömung des Islam darstellte. Sie versuchte mit Logik und auf Basis griechischer Philosophie, den Koran zu verstehen und zu interpretieren. Diese Lehre erhob er zur

[25] Wikipedia 2013: http://de.wikipedia.org/wiki/Al-Ma%27mun.
[26] Khalil 2013: S. 123.

Staatsdoktrin. Ganz in diesem Sinne, war die Bibliothek nicht nur Eigenzweck, sondern die Gelehrten durften sie auch für eigene Forschungen nützen – unter ihnen auch al-Ḫwārizmī.

Diese Philosophie des Herrschers und die allgemeine Persophilie motivierten auch viele Wohlhabende und Angehörige „adeliger“ Familien in Bagdad, es diesem gleich zu tun: kleinere Bibliotheken wurden gegründet, Gelehrte und Wissenschaftler großzügig gefördert. Khalil meint, man könnte also eher den Begriff *Medinat al-Hikma* verwenden[27]. Nichts desto trotz sollten wir uns noch kurz mit der Einrichtung des Bait al-Ḥikma selbst beschäftigen.

Aṭ-Ṭabari’s Übersetzer nennt sie *Storehouse of the Books of Learning* – Buchspeicher für Lehrbücher[28] - nur eine Bibliothek?

Umgekehrt erklärt Zemanek sogar die Struktur dieser Bildungseinrichtung: geführt wurde diese von einem Direktor mit dem Titel *Sahib Bayt al-Hikma*, einem Rang knapp unterhalb eines Ministers. Neben dem Sammeln, Übersetzen, Schreiben, Kopieren und der Verteilung der Bücher, wurden die dort hauptberuflich tätigen Gelehrten je nach Anforderung vom Kalifen zu Arbeitsgruppen zusammengestellt, die im Teamwork Aufgaben lösen sollten. Also weit mehr als nur eine Bibliothek, sondern eine organisierte Forschungseinrichtung[29].

Einen etwas skeptischeren Blick wirft Gutas auf die Einrichtung des *Bait al-Ḥikma.* Einerseits sei *Bait al-Ḥikma* als Begriff einfach die wörtliche Übersetzung des sassanidischen Terms für *Bibliothek*[30].

Auch findet er nur zwei Quellen: *Now in secondary literature there is frequent discussion about the „founding“ or “establishment” of the bayt al-ḥikma in the ʾAbbāsid court, with al-Maʾmūn and Hārūn ar-Rašīd presented in the caliphs responsible. In reality we have absolutely no mention in our most reliable sources of any such “founding”. As far as I can ascertain, there are only two source passages that mention ar-Rašīds name with bayt al-ḥikm, both in the Fihrist by Ibn-an-Nadīm..*[31] [32]

[27] Khalil 2013: S. 125.
[28] Dodge 1970: S. 652.
[29] Knuth 1981: S. 19-20.
[30] Gutas 1998: S. 54.
[31] Gutas 1998: S. 55.
[32] Hier arbeitet Gutas auch ein wenig „unpräzise“, denn sehr wohl wird das Bait al-Ḥikma dort etwa in Zusammenhang mit al-Maʾmūn genannt.

Andererseits zeichnet Gutas in seiner Beschreibung der Zeit al-Maʾmūns[33] dasselbe Bild ideologischer Strömungen, der wissenschaftlichen Aufbruchsstimmung und der Übersetzungstätigkeiten wie Khalil.

Ich möchte mir hier erlauben, der aktuelleren Ansicht Khalils zu folgen, dass das *Bait al-Ḥikma* eben mehr als nur eine Bibliothek war und vielmehr eine gewisse Basisstruktur der Forschungsorganisation vorhanden sein musste, um die wissenschaftlichen Großleistungen zu erbringen, von denen wir uns einige im nächsten Kapitel näher ansehen.

6. Die Arbeiten al-Ḫwārizmīs

In diesem goldenen Zeitalter der islamischen Wissenschaften kam also al-Ḫwārizmī nach Bagdad – zur richtigen Zeit an den richtigen Ort! Wir wissen nicht, ob er eingeladen worden war, oder dem Kalifen seine Dienste selbst angeboten hatte, doch hatte er sich schon früh, wie wir oben gesehen haben, mit den astronomischen Tafeln einen Namen gemacht.

6.1 *Kitāb az-Zīǧ as-Sindhind* – astronomische Tabellen

Dieses frühe Werk veröffentlichte er in zwei Versionen[34]. Es ist einerseits in einer lateinischen Übersetzung *A* von Adelard of Bath (frühes 12. Jahrhundert), andererseits in lateinischer Übersetzung *B* eines arabischen Kommentars von Ibn al-Muṯannā erhalten.

Neugebauer[35] fasst mehrere Übersetzungen, unter Anderem jene von Sutter, von *A* zusammen und entwickelt daraus eine konsistente Fassung: über Planeten- (den damals 7 bekannten) und Mondbewegungen in astronomischen Tabellen und deren Nutzung, Kalenderalgorithmen und die ersten im vorderen Orient und Europa bekannten Tabellen der mathematischen Sinus- und Cotangens-Funktion.

Interessant sind auch die zeitliche und örtliche „Nulllinie“. Einerseits der 15. Juli 622, andererseits der Ort Arin[36] als 0-Meridian.[37]

---

[33] ibid: S. 75ff.
[34] Sutter 1900: S. 10.
[35] Neugebauer 1962.
[36] heutiges Ujjain in Indien 75° 46‘ östl. Länge
[37] Neugebauer 1962: S. 11.

Aus *B*, das ebenso nur mehr in einer lateinischen Übersetzung bzw. in moderneren Editionen vorhanden ist, von denen hier auf jene von Goldstein[38] verwiesen sei, können wir weitere Erkenntnisse ziehen:

- Die Methoden al-Ḫwārizmīs lassen darauf schließen, dass er in den ersten Kapiteln auf Basis und mit der Struktur der indischen Astronomie arbeitete, nicht auf Basis jener der Griechen (konkret des *Almagest* des Ptolemäus)[39]. In anderen Teilen verweist er jedoch auch auf Ptolemäische Formeln, muss diese also auch gekannt, wenn auch nicht für so grundlegend gehalten haben.
- Der Kommentar von Ibn al-Muṯannā ist insoweit literarisch interessant, als er in einem Frage-Antwort-Spiel formuliert ist:[40]
  - Wieso sagte al-Ḫwārizmī das und jenes?
  - Weil ….

6.2 *Kitāb al-muḫtasar fī hisāb al-ğabr wa-l-muqābala* - Das Werk über das Rechnen durch Wiederherstellung und Ausgleich

Mit diesem Buch beschäftigen wir uns unten noch ausführlich, ca. 820 entstanden.

6.3 *Kitāb Ḥisāb al-ᶜadad al-Hindī* – Buch des Rechnens mit indischen Zahlen

Von diesem Buch ist ebenfalls das Original verloren gegangen, auch der Titel ist unsicher, er könnte auch *Kitāb al-Ğamᶜ wa-l-tafrīk bi-Ḥisāb al-Hindī* gelautet haben[41]. Nur mehr teils unvollständige lateinische Übersetzungen sind vorhanden, etwa das *Liber alghoarismi de practica arismetrice* von John of Seville aus der Übersetzerschule von Toledo um 1150.

Dieses Buch ist sicher nach der Algebra entstanden, da es darauf Bezug nimmt.

Es führt die indischen Ziffern und Zahlen ein, die Basisrechenoperationen (Addieren, Subtrahieren, Verdoppeln, Halbieren, Multiplizieren, Dividieren, Wurzelziehen).

[38] Goldstein 1976.
[39] Goldstein 1967: S. 6.
[40] ibid: 16ff.
[41] EI-II 1978: S. 1070.

Die lateinischen Übersetzungen dieses Buches haben die Arithmetik nach Europa gebracht. Der Begriff *Alghoarismi* (Algorithmus) wurde als Synonym für Arithmetik verwendet.[42]

6.4 *Kitāb ṣūrat al-Arḍ* - Buch der Form der Erde

Diese „Geographie" entstand 817 und beinhaltet beinahe ausschließlich Koordinaten (Breite, Länge) von Städten, Orten, Bergen, Inseln und Meeren.

Inhaltlich lehnt es sich an der *Geographie* von Ptolemäus an, die Koordinaten wurden aber sicher nachkorrigiert und verbessert – keinesfalls ist es eine einfache Übersetzung und im Bereich des islamischen Reiches auch wesentlich präziser.[43]

6.5 *Istiḫrāǧ taʾrīḫ al-Yahūd* – Jüdischer Kalender

entstand 823 und ist noch im arabischen Original erhalten. Das Buch beschreibt den jüdischen Kalender und Berechnungsmethoden von Wochentagen spezieller Feiertage und der mittleren Longitude von Sonne und Mond unter Verwendung des jüdischen Kalenders.[44]

6.6 *Kitāb ᶜamāl al-Asṭurlāb* – Buch der Konstruktion des Astrolabs

6.7 *Kitāb al-ᶜamāl bi-l-Asṭurlāb* – Buch des Arbeitens mit dem Astrolab

Beide Bücher sind nur mehr in Fragmenten enthalten und beschreiben das bereits von den Griechen verwendete (und erfundene?) Astrolab, zu dem es auch bereits griechische Texte gab.

6.8 Weitere Werke

+ *Kitāb at-Taʾrīḫ* - Chronik: das Buch ist weder im Original, noch in anderssprachigen Abschriften vorhanden, wird aber von vielen Historikern als Autorität für Ereignisse in der islamischen Periode zitiert. Möglicherweise hat al-Ḫwārizmī hierin auch astrologische Themen behandelt: die Geschichte als Erfüllung astrologischer Weissagungen. Ein Thema wäre auch die Rückableitung der Geburtsstunde Mohammeds aus seinen Lebenspunkten heraus.
+ *Kitāb ar-Ruḫāma* - Sonnenuhr: von diesem Buch ist nur mehr der Titel erhalten.

[42] Knuth 1981: S. 29f.
[43] DicMath 1991: S. 1249.
[44] ibid: S. 1250.

Als bedeutende Arbeit – im Sinne einer Tätigkeit – ist auch seine wichtige, beaufsichtigende Funktion beim Bau des Šammasiyya–Observatoriums in Bagdad zu werten, die mithalf, seinen Ruf als hervorragenden Astronomen zu festigen.[45]

Die Astronomie und im Speziellen die Astrologie waren zu dieser Zeit für die Gesellschaft Bagdads und das Herrscherhaus wichtige Wissenschaften, legte man doch – auch in Affinität zum Zoroastrismus der persischen Kultur – großen Wert auf astrologische Vorhersagen.[46]

7. *Kitāb al-muḫtasar fī hisāb al-ğabr wa-l-muqābala*

7.1 Entstehung und Verbreitung

Das Werk über das Rechnen durch Wiederherstellung und Ausgleich ist vermutlich um 820 entstanden, jedenfalls aber als al-Ḫwārizmī bereits für al-Maʾmūn arbeitete, wie man der Widmung auf den ersten Seiten des Buches entnehmen kann.

Schon kurz nach dem Entstehen des Werkes gab es etliche, zur damaligen Zeit sehr bekannte arabische Mathematiker, die sich darauf bezogen[47]:

+ Ibn Turk
+ Ṯābit ibn Qurra
+ aṣ-Ṣaidanānī
+ Sinān ibn al-Fatḥ
+ Abū Kāmil
+ Abū al-Wafāʾ al Būzğānī

Diese trugen noch mehr zur Verbreitung und zum guten Ruf al-Ḫwārizmīs bei. Das Buch ist noch im arabischen Originalwortlaut erhalten und wurde mehrmals übersetzt:

+ teilweise Übersetzung in Latein von Robert of Chester (englischer Arabist des 12. Jahrhunderts): *Liber algebras et almucabola*
+ Übersetzung in Latein von Gerard of Cremona (Gerardus Cremonensis, 1114-1187, geboren in Italien, Übersetzer): *De jebra et almucapola*[48]

---

[45] Khalil 2013: S. 186.
[46] ibid: S.86f.
[47] Rashed 1994: S. 8.

+ Übersetzung in Englisch von Frederic Rosen London 1831
+ A.A. Björnbo 1905
+ Edition von ᶜAlī Muṣṭafā Mušarrafa und M. Mursī Kairo 1939

um nur die wichtigsten zu nennen[49].

7.2 Inhalt und Form

Im wissenschaftlichen Feld der Algebra geht es darum – siehe auch das anfangs genannte „österliche" Beispiel –, aufgrund von mehreren Angaben gesuchte Größen, „Unbekannte" zu bestimmen.

Gleichungen werden formuliert, in denen Zahlen, Rechenoperationen und Unbekannte (die allseits bekannten *x* und *y*) auftreten.

Durch geschicktes Umformen der Gleichungen nach bestimmten Regeln erhält man am Ende neue Gleichungen der Form

x = … y = …

und somit das gesuchte Resultat. Von solchen, geschickten Umformen handelt eigentlich das ganze Buch.

al-ğabr

… auf beiden Seiten der Gleichungen werden Terme (Zahlen, Unbekannte) ergänzt,

al-muqābala

…von beiden Seiten der Gleichungen werden die gleichen Terme abgezogen,

hisāb

… so dass sich am Ende obige Unbekannte als Resultat der Rechnung ergeben.

---

[48] Suter 1900: S. 11.
[49] EI-II 1978: S. 1070.

Ein praktisches Beispiel sieht bei al-Ḫwārizmī nun wie folgt aus (aus der Übersetzung von Rosen):[50]

I have divided ten into two portions. I have multiplied the one of the two portions by the other. After this I have multiplied one of the two by itself, and the product of the multiplication by itself is four times as much as that of one of the portions by the other.

al-Ḫwārizmī bezeichnet eines der *portions* – Teile – als *šai* – Ding – seine Bezeichnung für unser *x*. Und den anderen Teil als „10 – *šai“.* Dann multipliziert er die beiden und erhält *ten things minus a square*, wie Rosen übersetzt:

$$10 * x – x^2$$

al-Ḫwārizmī bezeichnet das Quadrat als *māl*, also Geld/Eigentum. Daraus erhält er dann die Gleichung: *A square, which is equal to forty things minus for squares*. Also:

$$x^2 = 40 * x – 4 * x^2$$

Nun folgt ***al-ǧabr*** durch addieren von $4 * x^2$ auf beiden Seiten

$$5 * x^2 = 40 * x$$

bzw.

$$x^2 = 8 * x$$

und die Lösung

$$x = 8$$

Jeder Mathematiker wird nun aufschreien und sagen: „Hier fehlt eine Lösung!“ – und er hat recht: heutzutage käme noch die Lösung x = 0 hinzu. Aber: die 0 als selbständige Zahl gab es in diesem Sinne damals noch nicht[51], wohl als „fehlendes“ Element in einer Gleichung,

---

[50] Waerden 1980: S. 4.
[51] Khalil 2013: 174ff.

oder als „merkwürdiges“ Zeichen zur Unterscheidung von Zahlen wie 12 und 1*0*2 nicht aber als selbständiges Resultat.

Gleichzeitig zeigt dieses Beispiel aber auch den Stil des Buches: al-Ḫwārizmī formuliert immer in ganzen Sätzen und verwendet keinerlei Symbole.

Nun zum Inhalt:

Schon in seiner Einleitung formuliert al-Ḫwārizmī sein Vorhaben: ein Handbuch mit Rechenvorschriften zur Lösung arithmetischer Probleme, wirtschaftlichen Handel, Erbschaften und Landvermessung.[52]

Der *erste Abschnitt* beschreibt theoretisch die Methoden ***al-ǧabr*** und ***al-muqābala***. So etwa die sechs Modellgleichungen

1. $a x^2 = b x$
2. $a x^2 = b$
3. $a x = b$
4. $a x^2 + b x = c$
5. $a x^2 + c = b x$
6. $a x^2 = b x + c$

und deren Lösung.

Im zweiten Abschnitt formuliert der Autor kompliziertere Beispiele und zeigt, wie sie auf diese sechs Modellgleichungen zurückgeführt werden können.

Der dritte Abschnitt listet viele Beispiele aus den oben genannten Gebieten wirtschaftliche Transaktionen, Landvermessung, geometrisches Messen und Testamente auf.

Am Rande sei angemerkt, dass die Übersetzung von Rosen für den zweiten Abschnitt allgemein als schlecht angesehen wurde und wird[53]. Dies ist teilweise dadurch zu entschuldigen, dass Rosen nur ein einzelnes Manuskript vorlag, das durchaus Fehler,

[52] Rashed 1994: S. 9f.
[53] IE-II 1978: S. 1070.

fehlende diakritische Punkte und Unklarheiten auswies, wie Rosen selbst schreibt[54], die ihn zu Hinzufügungen in Klammern veranlasste – was aber leider nicht immer, im Sinne einer richtigen Übersetzung, gut ausging.

Dies erwähnt auch Gandz[55] und lässt für diesen Teil eine bessere Übersetzung[56] folgen.

7.3 Abschrift und Originalität

Für das damalige Abbasidenreich waren die von al-Ḫwārizmī formulierten Erkenntnisse und Methoden neu – waren sie aber tatsächlich seine originäre Entdeckung?

Dazu sollten wir in der Zeit zurückgehen, andere Weltgegenden bereisen und nach Personen suchen, die sich mit algebraischen Problemen, wie den oben gezeigten, beschäftigt haben.

Als erstes bietet sich hier das klassische Griechenland an.

Wir gelangen zu *Euklid*, dem berühmten Mathematiker (360-280 v.Chr.), der sich unter anderem mit Geometrie und Arithmetik beschäftigt hat. Eines der von ihm genannten Beispiele aus den *Elementen* lautet[57]: *Teile die Gerade AC, die eine bekannte Länge hat, in zwei ungleiche Abschnitte AB und BC. Wie lange müssen diese Abschnitte sein, damit das Quadrat der Seite AB die gleiche Fläche hat wie das Rechteck aus den Seiten AC und BC.*

Eigentlich eine typisch algebraische Aufgabe, die Euklid geometrisch löst. Er liefert keine allgemeingültige Rechenvorschrift, sondern löst ein konkretes Beispiel.

Etwas später stoßen wir auf *Diophant* (vermutlich um 300 n.Chr.). *Er gilt als der bedeutendste Algebraiker der Antike.*[58] Er formulierte diverse Aufgaben, die der algebraischen Disziplin zuzuordnen sind. Er benützte wie die modernen Mathematiker Kurzschreibweisen für unbekannte Größen und Rechenoperationen, zeigte, wie man Ausdrücke vereinfachen konnte – der erste Algebraiker! Aber er verstieg sich in spezielle Klassen von Problemen (die sogenannten *diophantischen Gleichungen*, die natürlich auch

[54] Rosen 1831: S. xiii.
[55] Gandz 1932: S. 61f.
[56] ibid: S. 67-85.
[57] Khalil 2013: S. 191f.
[58] Wikipedia 2013: http://de.wikipedia.org/wiki/Diophant_von_Alexandrien.

sehr interessant sind: Anmerkung eines Mathematikers) und konnte kein Gesamtbild der algebraischen Probleme aufzeigen, geschweige denn allgemeine Lösungswege dazu.

Gehen wir noch weiter zurück: die *Babylonier* (1. Jahrtausend v. Chr.) kannten, insbesondere auch aus der praktischen Beschäftigung mit Vermessung und Erbschaften, viele algebraische Beispiele, wie etwa

$$x + 1/x = b$$

und auch die Lösungsformeln dazu[59]. Aber sie kannten nur die Lösungen für spezielle Probleme und waren von allgemeinen Lösungswegen weit entfernt.

Gehen wir weiter in den Osten, nach Indien, zu seinen großen Astronomen und Mathematikern, etwa zu *Brahmagupta* (598-668), der diophantische Gleichungen löste, … aber nur exemplarisch.

Keiner konnte also geschlossene Lösungen mit allgemeingültigen Rezepten wie al-Ḫwārizmī anbieten – zumindest im Bereich der Gleichungen höchstens zweiter Ordnung.

Aber konnte al-Ḫwārizmī wenigstens auf einige der obigen Texte als Basis zurückgreifen?

+ Euklid: die *Elemente* hätte er kennen können, denn sein Zeitgenosse al-Haǧǧaǧ ibn Yusuf hatte sie bereits übersetzt, bevor die *Algebra* entstand.
+ Diophant: die erste arabische Übersetzung der *Arithmetica* erfolgte erst Jahrzehnte nach der Veröffentlichung der *Algebra.*

Ein wichtiger Streitfall ist auch das *Mishnat ha-Middot* (ein althebräisches Geometrie-Buch), von dem Gandz annimmt, dass es um 150 n.Chr. entstanden ist[60] und der Geometrieteil der *Algebra* einfach eine Abschrift davon sei. Heutzutage denkt man aber eher, dass es umgekehrt war, und die *Mishnat ha-Middot* später geschrieben wurde[61]. Dieses Problem ist aber noch nicht endgültig geklärt.

---

[59] Khalil 2013: S. 190f.
[60] Gandz 1932: S. 6.
[61] Khalil 2013: S. 195.

Bei Saidan[62] finden wir einen weiteren Beleg, dass es auch andere Skeptiker bzgl. der Originalität gab: er nennt etwa Neugebauer, der schon oben zitiert wurde. Das Buch sei eher eine Zusammenfassung früherer Werke, und Euklid und Diophant hätten fortgeschrittenere Techniken (Anmerkung: z.B. die oben erwähnten Kurzschreibweisen) verwendet. Aber dann schwenkt er auf unsere Argumentationslinie um*: … Al-Khwârizmi the credit of being the first one in all history to formulate algebra as such, and to write a book on it*.[63]

8. Die Bedeutung al-Ḫwārizmīs

Jedenfalls lässt sich zusammenfassen:

1. al-Ḫwārizmīs *Algebra* war zwar nicht das erste Buch mit algebraischem Inhalt, aber sicher das erste, das als allgemeingültiges Handbuch zur Lösung algebraischer Aufgaben verwendet werden konnte. Seine Leistung war die des Strukturierens der Methoden, wodurch die Algebra auch lehr- und leicht erlernbar wurde.

2. Zwei weitere seiner Bücher haben ebenfalls weit reichenden Einfluss gehabt:
   a. *Kitāb Ḥisāb al-ᶜadad al-Hindī* – mit der Einführung der indischen Ziffern und Zahlen auf den Orient und ganz Europa,
   b. Kitāb az-Zīǧ as-Sindhind – astronomische Tabellen, auf zumindest das gesamte islamische Reich

Auch in der modernen Wissenschaftswelt wird al-Ḫwārizmīs Bedeutung hochgehalten:

Rashed diskutiert den Streit westlicher Historiker und Mathematiker, wer denn nun der Begründer der Algebra sei – er nennt Diophant und die anderen Griechen, die italienische Schule, die Perfektionierer der Algebra Vieta und Descartes. Aber er zitiert auch andere Historiker: … *some historians do occasionally cite al-Khwārizmī, his definition of algebra and solution of the quadratic equation, but usually to reduce Arabic algebra to its initiator.* Also zumindest al-Ḫwārizmī als Begründer der arabischen Algebra.[64]

Sarton bezeichnet in seiner *Introduction of the History of Science* sein 29. Kapitel (1. Hälfte des 9. Jahrhunderts) *The Time of Al-Khwārizmī* und führt weiter aus:

---

[62] Ankara 1985: S. 273.
[63] ibid.
[64] Rashed 1994: S. 339f.

The greatest mathematician of the time, and, if one takes all circumstances into account, one of the greatest of all times was al-Khwārizmī.[65]

Und wen nennen Informatiker und Mathematiker heute, wenn sie erklären wollen, was Algebra und Algorithmus bedeuten?

al-Ḫwārizmī !

[65] Sarton 1927: S. 545.

9. Bibliographie

Ankara 1985 — *Acts Of The International Symposium On Ibn Turk, Khwârezmî, Fârâbî, Beyrûnî, And Ibn Sînâ (Ankara, 9-12 September, 1985)*, Atatürk Cultural Center Publications, No 41, Series Of Acts Of Congresses And Symposiums, No 1. Ankara: Atatürk Supreme Council For Culture, Language And History, 1990.

DicMath 1991 — *Biographical Dictionary of Mathematicians, Reference Biographies from the Dictionary of Scientific Biography*, Volume II Leonard Dickson – Al-Khwārizimī. New York: MacMillan Publishing Company, 1991.

Dodge 1970 — Bayard Dodge (Editor und Übersetzer): *The Fihrist of al-Nadīm*, Volume II. New York & London, Columbia University Press, 1970.

EI-II 1978 — *The Encyclopedia Of Islam*, New Edition, Volume IV. Leiden: E. J. Brill, 1978.

Gandz 1932 — Solomon Gandz: *The Mishnat Ha Middot and The Geometry of Muhammad Ibn Musa Al-Khowarizmi*, Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, 2. Band. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1932.

Goldstein 1967 — Bernhard R. Goldstein: *Ibn al-Muthannâ's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwârizmî*. New Haven und London: Yale University Press, 1967.

Goldstern 2013 — Martin Goldstern, Reinhard Winkler: *Algebra – Skriptum zu Vorlesungen von Martin Goldstern und Reinhard Winkler gehalten an der TU Wien*. Wien: Homepage der TU Wien, 2013. http://dmg.tuwien.ac.at/goldstern/algVO/algebra1-38.pdf.

Gutas 1998 — Dimitri Gutas: *Greek Thought, Arabic Culture.* London and New York: Routledge, 1998.

Khalili 2013 — Jim al-Khalili: *Im Haus der Weisheit* (übersetzt von Sebastian Vogel). Frankfurt am Main: Fischer Taschenbuch Verlag, 2013.

Knuth 1981 — A. P. Ershov und D. E. Knuth: *Algorithms in Modern Mathematics and Computer Science*, Proceedings, Urgench, UzbekSSR Sept. 16-22 1979; Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, 1981.

Neugebauer 1962 O. Neugebauer: *The Astronomical Tables of Al-Khwārizmī*, Historisk-filosofiske Skrifter udgivet af Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Bind 4, Nr. 2. København: Blanco Lunos Bogtrykkeri a/s, 1962.

Rashed 1994 Roshdi Rashed: *The Development Of Arabic Mathematics: Between Arithmetic And Algebra*, Boston studies in the philosophy of science, Volume 156. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers: 1994.

Rosen 1831 Frederic Rosen (Editor und Übersetzer): *The Algebra of Mohammed ben Musa*. London: The Oriental Translation Fund, 1831.

Sarton 1927 George Sarton: *Introduction To The History Of Science*, Volume I from Homer to Omar Khayyam. New York: Robert E. Krieger Publishing Co., Inc., 1927.

Sutter 1900 Heinrich Sutter: *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*. Leipzig, Verlag B. G.Teubner, 1900.

Waerden 1980 B.L. von der Waerden: *A History of Algebra, From al-Khwārizmī to Emmy Noether*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, 1985.

Wikipedia 2013 *Wikipedia - Die freie Enzyklopädie*. Wikipedia Foundation, http://de.wikipedia.org/wiki/, abgerufen im März 2013.

10. Anhang: Übersetzung

10.1 Originaltext

… entnommen dem Buch von Rosen über das *Kitāb al-muḫtasar fī hisāb al-ğabr wa-l-muqābala*.[66]

واني لما نظرت فيما يحتاج اليه الناس من الحساب وجدت
جميع ذلك عددا ووجدت جميع الاعداد انما تركبت
من الواحد والواحد داخل في جميع الاعداد * ووجدت
جميع ما يلفظ به من الاعداد ما جاوز الواحد الي العشرة
يخرج مخرج الواحد ثم تثني العشرة و تثلث كما فعل
بالواحد فيكون منها العشرون والثلثون الي تمام الماية ثم تثني
الماية و تثلث كما فعل بالواحد وبالعشرة الي الالف ثم كذلك
يردد الالف عند كل عقد الي غاية المدرك من العدد *

ووجدت الاعداد التي يحتاج اليها في حساب الجبر والمقابلة
علي ثلثة ضروب وهي جذور و اموال وعدد مفرد لا ينسب
الي جذر ولا الي مال * فالجذر منها كل شيء مضروب في
نفسه من الواحد وما فوقه من الاعداد وما دونه من الكسور *
والمال كلما اجتمع من الجذر المضروب في نفسه *
والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد بلا نسبة الي جذر ولا
الي مال * فمن هذه الضروب الثلثة ما يعدل بعضهم
بعضا وهو كقولك اموال تعدل جذورا * واموال تعدل
عددا * وجذور تعدل عددا *

[66] Rosen 1831: S. ٣-٥

فاما الاموال التي تعدل الجذور فمثل قولك مال يعدل خمسة اجذاره فجذر المال خمسة والمال خمسة وعشرون وهو مثل خمسة اجذاره * وكقولك ثلث مال يعدل اربعة اجذار فالمال كله يعدل اثني عشر جذرا وهو ماية واربعة واربعون وجذره اثني عشر * ومثل قولك خمسة اموال تعدل عشرة اجذار فالمال الواحد يعدل جذرين وجذر المال اثنان والمال اربعة * وكذلك ما كثر من الاموال او قل يردّ الي مال واحد وكذلك يفعل بما عادلها من الاجذار يردّ الي مثل ما يردّ اليه المال *

واما الاموال التي تعدل العدد فمثل قولك مال يعدل تسعة فهو المال وجذره ثلثة * وكقولك خمسة اموال تعدل ثمانين فالمال الواحد خمس الثمانين وهو ستة عشر * وكقولك نصف مال يعدل ثمانية عشر فالمال يعدل ستة وثلثين وجذره ستة * وكذلك جميع الاموال زايدها وناقصها تردّ الي مال واحد وان كانت اقل من مال زيد عليها حتي تكمل مالا تاما وكذلك تفعل بما عادلها من الاعداد *

واما الجذور التي تعدل عددا فكقولك جذر يعدل ثلثة من العدد فالجذر ثلثة والمال الذي يكون منه تسعة * وكقولك

اربعة اجذار تعدل عشرين فالجذر الواحد يعدل خمسة والمال الذي يكون منه خمسة وعشرون * وكقولك نصف جذر يعدل عشرة فالجذر يعدل عشرين والمال الذي يكون منه اربعماية *

10.2 Übersetzung von Rosen

… entnommen dem Buch von Rosen über das *Kitāb al-muḫtasar fī hisāb al-ğabr wa-l-muqābala*.[67]

MOHAMMED BEN MUSA'S

COMPENDIUM

ON CALCULATING BY

COMPLETION AND REDUCTION.

WHEN I considered what people generally want in calculating, I found that it always is a number. (3)

I also observed that every number is composed of units, and that any number may be divided into units.

Moreover, I found that every number, which may be expressed from one to ten, surpasses the preceding by one unit: afterwards the ten is doubled or tripled, just as before the units were: thus arise twenty, thirty, &c., until a hundred; then the hundred is doubled and tripled in the same manner as the units and the tens, up to a thousand; then the thousand can be thus repeated at any complex number; and so forth to the utmost limit of numeration.

I observed that the numbers which are required in calculating by Completion and Reduction are of three kinds, namely, roots, squares, and simple numbers relative to neither root nor square.

[67] Rosen 1831: S. (5)-(8)

A root is any quantity which is to be multiplied by itself, consisting of units, or numbers ascending, or fractions descending.*

A square is the whole amount of the root multiplied by itself.

A simple number is any number which may be pronounced without reference to root or square.

A number belonging to one of these three classes may be equal to a number of another class; you may say, for instance, "squares are equal to roots," or "squares are equal to numbers," or "roots are equal to numbers."†

(4) Of the case in which *squares are equal to roots*, this is an example. "A square is equal to five roots of the same;"‡ the root of the square is five, and the square is twenty-five, which is equal to five times its root.

So you say, "one third of the square is equal to four roots;"§ then the whole square is equal to twelve roots; that is a hundred and forty-four; and its root is twelve.

Or you say, "five squares are equal to ten roots;"|| then one square is equal to two roots; the root of the square is two, and its square is four.

---

* By the word root, is meant the simple power of the unknown quantity.

† $cx^2 = bx \qquad cx^2 = a \qquad bx = a$

‡ $x^2 = 5x \qquad \therefore x = 5$

§ $\frac{x^2}{3} = 4x \qquad \therefore x^2 = 12x \qquad \therefore x = 12$

|| $5x^2 = 10x \qquad \therefore x^2 = 2x \qquad \therefore x = 2$

In this manner, whether the squares be many or few, (*i. e.* multiplied or divided by any number), they are reduced to a single square; and the same is done with the roots, which are their equivalents; that is to say, they are reduced in the same proportion as the squares.

As to the case in which *squares are equal to numbers*; for instance, you say, "a square is equal to nine;"* then this is a square, and its root is three. Or "five squares are equal to eighty;"† then one square is equal to one-fifth of eighty, which is sixteen. Or "the half of the square is equal to eighteen;"‡ then the square is thirty-six, and its root is six.

Thus, all squares, multiples, and sub-multiples of them, are reduced to a single square. If there be only part of a square, you add thereto, until there is a whole square; you do the same with the equivalent in numbers.

As to the case in which *roots are equal to numbers*; for instance, "one root equals three in number;"§ then the root is three, and its square nine. Or "four roots (5)
are equal to twenty;"‖ then one root is equal to five, and the square to be formed of it is twenty-five. Or "half the root is equal to ten;"¶ then the

---

* $x^2=9 \qquad x=3$

† $5x^2=80 \therefore x^2=\frac{80}{5}=16$

‡ $\frac{x^2}{2}=18 \therefore x^2=36 \therefore x=6$

§ $x=3$

whole root is equal to twenty, and the square which is formed of it is four hundred. [68]

---

[68] Auch wenn mich als Mathematiker das sehr stört, aber der Text ist schon im Originaldruck schief zur Seitennummer gesetzt!

10.3 Übersetzung von Ruzicka

Vorausgeschickt sei, dass diese Übersetzung sehr Text-nahe erfolgte. An Stellen, an denen diese Vorgangsweise sinnentstellend ist oder zu nicht korrekten deutschen Sätzen führt, wurde diese Übersetzung in [Klammern] gesetzt und eine besser passende im Haupttext übernommen. Die Zeilennummern sind nur als Anhaltspunkt zu sehen, da die Sätze oft über mehrere Zeilen verlaufen und die Wortstellung im Arabischen und im Deutschen natürlich unterschiedlich ist.

Um den Stil beizubehalten, werden alle Zahlen ausgeschrieben.

Für einige der wichtigsten Vokabeln, die im gesamten Buch sehr häufig auftreten, wurde folgende Übersetzung verwendet:

Arabisches Wort	**Übersetzung**	**Erklärung**
جبر	Ergänzung	mathematisch gesehen besser als das wörtliche *Wiederherstellung*
مقابلة	Vereinfachung	
جذر	Größe	die wörtliche und auch von Rosen verwendete Übersetzung *Wurzel* ist mathematisch irreführend, denn hierbei handelt es sich einfach um das $\boldsymbol{x}$ in den Gleichungen
مال	Quadrat	$\mathbf{x^2}$

1. Da ich überlegte [sah], was die Leute beim Rechnen benötigen, fand ich heraus,
2. dass es immer eine Zahl ist, und ich fand heraus, dass alle Zahlen aus Einern bestehen,
3. und die Einer in allen Zahlen vorhanden sind. Und ich fand heraus, dass
4. alle Zahlen [alle] durch Zahlen ausgedrückt werden, die von eins bis zehn laufen,
5. und jeweils die Ausgangszahl [den Ausgang] um eins übersteigen. Dann wird die Zehn verdoppelt und verdreifacht, so wie es
6. mit den Einern gemacht wurde. Und es ergeben sich daraus der Zwanziger und der Dreißiger und so weiter, bis zum Hunderter. Dann wird

7. der Hunderter verdoppelt und verdreifacht, so wie es mit dem Einer und dem Zehner gemacht wurde, bis zum Tausender. Dann
8. wird der Tausender wiederholt bis zu komplizierten Zahlen [zu jeder Verknüpfung] bis zum Äußersten des Begreiflichen der Zahlen [der Zahl].
9. Und ich fand heraus, dass die Zahlen, die für das Berechnen der Ergänzung und der Vereinfachung benötigt werden,
10. in drei Arten vorhanden sind; diese sind Größe, Quadrat und einzelne Zahl, die sich weder
11. auf eine Größe, noch auf ein Quadrat bezieht. Und die Größe sind alle Werte [Dinge], die mit sich
12. selbst multipliziert werden, aus Einern oder aus Vielfachen darüber oder Brüchen [Teilen davon] darunter.
13. Und das Quadrat ist jener Wert [alles zusammen], der die Größe mit sich selbst multipliziert.
14. Und die einfache Zahl ist alles Ausgesprochene ohne Bezug zur Größe oder
15. zum Quadrat. Und von diesen drei Arten gibt es welche, die
16. zu einander gleich sind. Du kannst sagen: Quadrate sind gleich Größen. Oder Quadrate sind gleich
17. Zahlen. Und Größen sind gleich einer Zahl.

1. Und was die Quadrate betrifft, die den Größen gleichen, kannst du zum Beispiel sagen: ein Quadrat gleicht
2. fünf Größen und die Größe des Quadrats ist fünfundzwanzig und
3. dieses ist wie fünfmal die Größe. Und wie du sagst: ein Drittel des Quadrats gleich viermal der Größe
4. und das gesamte Quadrat gleicht zwölf Größen und es ist einhundertvierundvierzig
5. und die Größe ist zwölf. Und wie du zum Beispiel sagst: fünfmal das Quadrat
6. ist gleich zehn Größen, dann ist ein Quadrat gleich zwei Größen und die Größe des Quadrats ist
7. zwei und das Quadrat vier. Und so sind es Vielfache [viele] des Quadrats oder Teile [wenige], sie werden
8. zu einem Quadrat reduziert und ebenso macht man es mit dem, was diesem gleicht an Größen: sie werden gleich reduziert
9. wie das Quadrat.

10. Und was die Quadrate betrifft, die einer Zahl gleich sind, zum Beispiel sagst du: ein Quadrat ist gleich
11. neun; es ist ein Quadrat und die Größe ist 3. Und du sagst: 5 Quadrate
12. sind gleich achtzig und dann ist das Quadrat ein Fünftel von achtzig und es ist sechzehn.
13. Und wie du sagst: die Hälfte eines Quadrats ist gleich achtzehn, dann ist das Quadrat gleich sechsunddreißig
14. und die Größe 6. Und ebenso werden alle Quadrate, ihre Vielfachen
15. und ihre Teile auf ein Quadrat zurückgeführt, und wenn es ein Teil von einem [weniger als ein] Quadrat ist, gebe
16. dazu, bis es ein ganzes Quadrat ist. Und ebenso machst du es dessen Zahl
17. bei den Zahlen.
18. Und was die Größen betrifft, die einer Zahl gleich sind, so sagst du: die Größe ist gleich drei
19. der Zahlen, dann ist die Größe drei und das Quadrat, das sich aus diesem ergibt, neun. Und wie du sagst:

1. vier Größen sind gleich zwanzig, dann ist eine Größe gleich fünf und das Quadrat,
2. das sich ergibt fünfundzwanzig. Und wie du sagst: die Hälfte einer Größe
3. ist gleich zehn, dann ist die Größe gleich zwanzig und das Quadrat, das sich aus diesem ergibt,
4. vierhundert.

10.4 Erläuterung des Textes

Zur Einleitung, die einem Motivationskapitel entspricht, stellt al-Ḫwārizmī fest, dass die Leute nach Zahlen-Lösungen für ihre Aufgaben suchen und er stellt das Dezimalsystem vor (S.3/1-8). Er nennt die Elemente, die für die von ihm betrachteten Gleichungen benötigt werden: Quadrate, Größen (die ersten Potenzen) und reine Zahlen (9-15) und die ersten beiden davon, können mit Zahlenfaktoren versehen sein. Nun beschreibt er die einfachsten Grundgleichungen (16-17):

$$a\,x^2 = b\,x$$

$$a\,x^2 = b$$

$a\,x = b$

Danach folgen Beispiele für Gleichungen und deren Lösungen:

$x^2 = 5\,x$	$\rightarrow$	$x = 5$	$\rightarrow$	$x^2 = 25$				(S.4/1-3)
$x^2 / 3 = 4\,x$	$\rightarrow$	$x^2 = 12\,x$	$\rightarrow$	$x^2 = 144$		$x = 12$		(3-5)
$5\,x^2 = 10\,x$	$\rightarrow$	$x^2 = 2\,x$	$\rightarrow$	$x = 2$		$x^2 = 4$		(5-7)

Daraufhin die wichtige Anmerkung: je nachdem wird die Seite mit dem Quadrat bis zum Koeffizienten 1 reduziert und ebenso die andere Seite (7-9).

Dann listet er Beispiele für die zweite Form:

$x^2 = 9$	$\rightarrow$	$x = 3$			(9-11)
$5\,x^2 = 80$	$\rightarrow$	$x^2 = 80/5$	$\rightarrow$	$x^2 = 16$	(11-12)
$x^2 / 2 = 18$	$\rightarrow$	$x^2 = 36$	$\rightarrow$	$x = 6$	(13-14)

Wieder die Rechenvorschrift: linke und rechte Seite müssen gleich behandelt werden (14-17). Es folgen Beispiele für die dritte Form:

$x = 3$	$\rightarrow$	$x^2 = 9$			(18-19)
$4\,x = 20$	$\rightarrow$	$x = 5$	$\rightarrow$	$x^2 = 25$	(S.5/1-2)
$x / 2 = 10$	$\rightarrow$	$x = 20$	$\rightarrow$	$x^2 = 400$	